Эффективные методы управления характеристиками потока в гидродинамическом оборудовании на примере обтекания модели направляющей лопатки гидротурбины Фрэнсиса

Дауэнгауэр Елизавета Ильинична

Научный руководитель Мулляджанов Р.И.

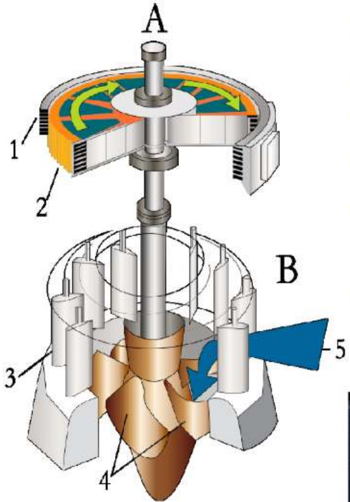
Институт теплофизики СО РАН

Новосибирский государственный университет

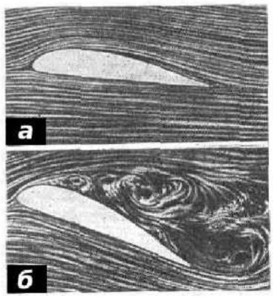
23 мая 2019

Содержание

Мотивация и цели работы



- Ⓐ Генератор
- Ⓑ Гидротурбина
- ❶ Статор
- ❷ Ротор
- ❸ Направляющие лопатки
- ❹ Лопасти турбины
- ❺ Поток воды



Обзор литературы

- Chang P. K. *Separation of flow. V.1,2,3*, 1970.
- Tobak M. and Peake D. J. Topology of three-dimensional separated flows. *Annual Review of Fluid Mechanics* 14.1:61-85, 1982.
- Simpson R. L. Turbulent boundary-layer separation. *Annual Review of Fluid Mechanics* 21.1: 205-232, 1989.
- Ji B. et al. Large eddy simulation and theoretical investigations of the transient cavitating vortical flow structure around a NACA66 hydrofoil *International Journal of Multiphase Flow* 68, 121-134, 2015.
- Hosseini S. M., Vinuesa R., Schlatter P., Hanifi A. and Henningson D. S. Direct numerical simulation of the flow around a wing section at moderate Reynolds number. *International Journal of Heat and Fluid Flow* 61, 117-128, 2016.
- Vinuesa R., Hosseini S. M., Hanifi A., Henningson D. S. and Schlatter P. Pressure-gradient turbulent boundary layers developing around a wing section. *Flow, Turbulence and Combustion* 99(3-4), 613-641, 2017.
- Dorschner B., Chikatamarla S. S., Karlin I. V. Transitional flows with the entropic lattice Boltzmann method. *Journal of Fluid Mechanics* 824, 388-412, 2017.
- Hill D. C. Adjoint systems and their role in the receptivity problem for boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics* 292, 183-204, 1995.

Уравнения движения

Используются уравнения Навье-Стокса для несжимаемой жидкости:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (2)$$

где безразмерный параметр $Re = UL/\nu$ – число Рейнольдса, который характеризует соотношение инерционных и вязких сил, ν обозначает кинематическую вязкость жидкости, а p и u_i соответствуют безразмерному полю давления и компонентам вектора скорости $\mathbf{u}$ жидкости, которые зависят от координат $\boldsymbol{x} = (x, y, z)$ и времени t.

Для решения уравнений использовался вычислительный код Nek5000*. В нашей группе проведена предварительная валидация этого кода в нескольких конфигурациях**. *Fischer P. F., Lottes J. W., Kerkemeier S. G. nek5000 Web page. – 2008;**Ryzhenkov V., Mullyadzhanov R. Large-eddy simulations of the near field of a turbulent annular jet – 2017; Ryzhenkov V. et al. Spectral-element simulations of variable-density turbulent flow in a plane channel – 2017.

Дискретизация по времени

Выпишем еще раз уравнения Навье-Стокса (1), (2) в безразмерном векторном виде:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u}\nabla)\mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re}\nabla^2\mathbf{u}, \tag{3}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0. \tag{4}$$

Для дискретизации производных по времени использовалась неявная схема и формула "дифференцирования назад" третьего порядка ($k = 3$):

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}^{(n+1)}}{\partial t} = \sum_{j=0}^{k} \frac{b_j}{\Delta t}\boldsymbol{u}^{(n+1-j)}, \tag{5}$$

где коэффициенты $(b_0, b_1, b_2, b_3) = \left(\frac{11}{6}, -\frac{18}{6}, \frac{9}{6}, -\frac{2}{6}\right)$, а Δt – постоянный шаг по времени.

Дискретизация по времени

Метод расщепления (splitting method)(Tomboulides A. G., Lee J. C. Y., Orszag S. A. Numerical simulation of low Mach number reactive flows – 1997.):

$$\sum_{j=0}^{k} \frac{b_j}{\Delta t} \boldsymbol{u}^{(n+1-j)} = \underbrace{\frac{b_0}{\Delta t} \boldsymbol{u}^{(n+1)} - \boldsymbol{u}^*}_{\mathrm{I}} + \underbrace{\boldsymbol{u}^* - \sum_{j=1}^{k} \frac{b_j}{\Delta t} \boldsymbol{u}^{(n+1-j)}}_{\mathrm{II}}. \tag{6}$$

$$\boldsymbol{u}^* - \sum_{j=1}^{k} \frac{b_j}{\Delta t} \boldsymbol{u}^{(n+1-j)} = -\left(\boldsymbol{u}^{(n+1)} \nabla\right) \boldsymbol{u}^{(n+1)} = -\sum_{j=1}^{k} a_j \left(\boldsymbol{u}^{(n+1-j)} \nabla\right) \boldsymbol{u}^{(n+1-j)}, \tag{7}$$

где $(a_1, a_2, a_3) = (3, -3, 1)$.

С учетом (6) уравнение Навье-Стокса приобретает вид:

$$\begin{gathered} \frac{b_0}{\Delta t} \boldsymbol{u}^{(n+1)} - \boldsymbol{u}^* + \boldsymbol{u}^* - \sum_{j=1}^{k} \frac{b_j}{\Delta t} \boldsymbol{u}^{(n+1-j)} = -\nabla p^{(n+1)} - \\ - \sum_{j=1}^{k} a_j \left(\boldsymbol{u}^{(n+1-j)} \nabla\right) \boldsymbol{u}^{(n+1-j)} + \frac{1}{Re} \Delta \boldsymbol{u}^{(n+1)}. \end{gathered} \tag{8}$$

Дискретизация по времени

Вычтем из (8) соотношение (7):

$$\frac{b_0}{\Delta t}\boldsymbol{u}^{(n+1)} - \boldsymbol{u}^* = -\nabla p^{(n+1)} + \frac{1}{Re}\Delta \boldsymbol{u}^{(n+1)}. \tag{9}$$

От результата этой операции возьмем дивергенцию:

$$\nabla \cdot \left(\nabla p^{(n+1)}\right) = \frac{1}{Re}\nabla \cdot \left[\nabla \left(\nabla \cdot \boldsymbol{u}^{(n+1)}\right) - \nabla \times \left(\nabla \times \boldsymbol{u}^{(n+1)}\right)\right] + \nabla \cdot \mathbf{u}^* - \frac{b_0}{\Delta t}(\nabla \cdot \mathbf{u}^{(n+1)}), \tag{10}$$

здесь оператор Лапласа представляется как $\Delta \boldsymbol{u} = \nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{u}) - \nabla \times (\nabla \times \boldsymbol{u})$. Для экстраполяции значений $\boldsymbol{u}^{(n+1)}$ применяем уже известную формулу:

$$\left(\nabla \times \boldsymbol{u}^{(n+1)}\right) = \sum_{j=1}^{k} a_j \left(\nabla \times \boldsymbol{u}^{(n+1-j)}\right). \tag{11}$$

Таким образом, уравнение (10) представляется как

$$\nabla^2 p^{(n+1)} = \nabla \cdot \mathbf{u}^* - \frac{1}{Re}\nabla \cdot \left[\sum_{j=1}^{k} a_j \left(\nabla \times \boldsymbol{u}^{(n+1-j)}\right)\right], \tag{12}$$

где учтено, что $\nabla \cdot \boldsymbol{u}^{(n+1)} = 0$ в силу уравнения неразрывности. Это позволяет найти новое поле скорости $\mathbf{u}^{n+1}$ из соотношения (9).

Дискретизация по пространству

Рассмотрим дискетизацию модельного уравнения Гельмгольца, которое встречается в алгоритме решения уравнений Навье-Стокса выше, см. (9) и (12):

$$\begin{aligned} -\Delta u + \lambda u = f \quad &\text{в} \quad \Omega, \\ u = u_0 \quad &\text{на} \quad \partial\Omega, \end{aligned} \tag{13}$$

где $u(x)$ – искомая скалярная функция, λ – некоторый параметр, $f(x)$ – правая часть. Функции задачи являются дважды интегрируемыми на области Ω, в данном случае Ω – отрезок $x \in [-1, 1]$.

Для решения (13) необходимо сформулировать вариационную (слабую) постановку задачи. Для этого проинтегрируем (13) по области Ω, предварительно домножив уравнение на пробную функцию v, которая имеет нулевые граничные условия:

$$-\int_\Omega v \Delta u d\Omega + \lambda \int_\Omega uv d\Omega = \int_\Omega fv d\Omega. \tag{14}$$

Проинтегрировав слагаемое с лапласианом по частям, получим уравнение вида:

$$\int_\Omega \nabla u \cdot \nabla v d\Omega + \lambda \int_\Omega uv d\Omega = \int_\Omega fv d\Omega \tag{15}$$

которое должно удовлетворять любой функции v с заданными граничными условиями.

Дискретизация по пространству

Функции задачи раскладываются по некоторому базису из N слагаемых:

$$u = \sum_{i=1}^{N} a_i \psi_i(x), \quad v = \sum_{i=1}^{N} b_i \psi_i(x), \tag{16}$$

где $\psi_i(x)$ – базисные функции, вид которых известен и приведен ниже, b_i – коэффициенты разложения, которые можно выбрать любым способом, так как функция v может быть задана произвольно, a_i – коэффициенты разложения, к поиску которых сводится задача. В качестве базисных функций в коде Nek5000 выбраны полиномы Лагранжа:

$$\psi_i(x) = \prod_{i \neq j}^{N} \frac{x - \xi_j}{\xi_i - \xi_j}, \tag{17}$$

где ξ_i удовлетворяют правилу Гаусса-Лобатто-Лежандра и являются корнями уравнения:

$$\left(1 - \xi^2\right) P_N'(\xi) = 0, \tag{18}$$

здесь P_N – полином Лежандра степени N. Положив $b_i = 1$ и $a_i = u(x_i) = u_i$, подставим разложения (16) в (15), получим:

$$\sum_i \sum_j \left(u_i \int_\Omega \nabla\psi_i \cdot \nabla\psi_j d\Omega + \lambda u_i \int_\Omega \psi_i \psi_j d\Omega \right) = \sum_j \int_\Omega f \psi_j d\Omega. \tag{19}$$

Дискретизация по пространству

При замене интегралов дискретными суммами, уравнение (19) примет вид:

$$\sum_i \sum_j \left(u_i \sum_n \rho_n \nabla\psi_i(\xi_n) \cdot \nabla\psi_j(\xi_n) + \lambda u_i \sum_n \rho_n \psi_i(\xi_n)\psi_j(\xi_n) \right) = \sum_j \sum_n \rho_n f \psi_j(\xi_n), \qquad (20)$$

где ρ_n – это квадратурный вес вычислительного узла ξ_n. Представим это уравнение в матричном виде:

$$(A + \lambda M)\, U = F, \qquad (21)$$

где

$$A_{ij} = \sum_n \rho_n \nabla\psi_i(\xi_n) \cdot \nabla\psi_j(\xi_n), \qquad (22)$$

$$M_{ij} = \sum_n \rho_n \psi_i(\xi_n)\psi_j(\xi_n) = \rho_i \delta_{ij}, \qquad (23)$$

$$F_j = \sum_n \rho_n f \psi_j(\xi_n) = \rho_j f(\xi_n), \qquad (24)$$

$$U_i = u(\xi_i). \qquad (25)$$

Для решения полученной системы алгебраических уравнений в Nek5000 используется метод сопряженных градиентов. В нашей группе была проведена предварительная валидация этого вычислительного кода в нескольких конфигурациях

Динамическая модель Смагоринского

Прямое численное моделирование (DNS, от англ. Direct numerical simulations):

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re}\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}, \qquad \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{26}$$

Моделирование крупных вихрей (LES, от англ. Large eddy simulations):

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\tilde{u}_i \tilde{u}_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re}\frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tilde{\tau}_{ij}}{\partial x_j}, \qquad \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0 \tag{27}$$

$$\tilde{\tau}_{ij} = \widetilde{u_i u_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j \tag{28}$$

Динамическая модель Смагоринского:

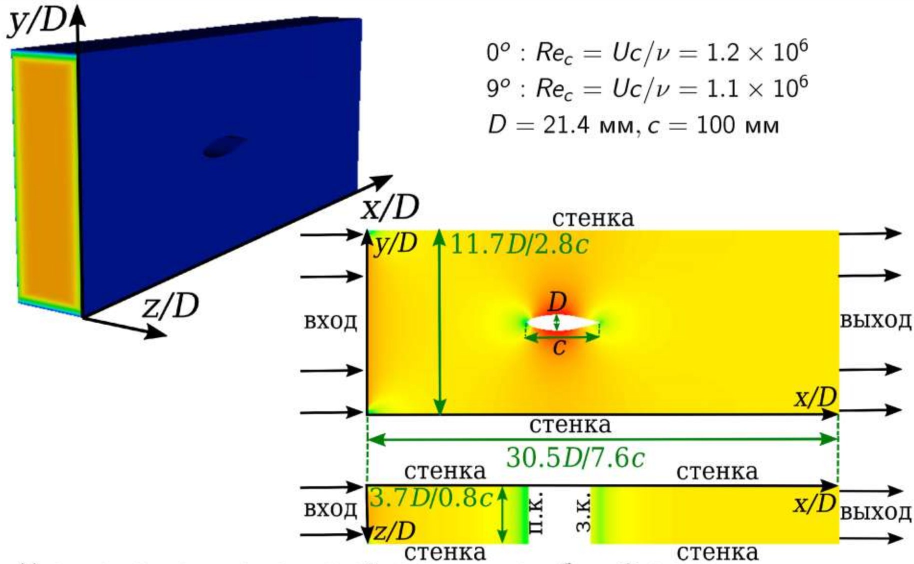
$$\tau_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\tau_{kk} = -2\nu_t S_{ij}, \quad \nu_t = (C_S \Delta)^2 |\tilde{S}|, \quad |\tilde{S}| = (2\tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij})^{\frac{1}{2}} \tag{29}$$

$$C_S = \frac{L_{ij} M_{ij}}{|M_{ij}|^2}, \quad L_{ij} = \widetilde{\overline{u}_i \overline{u}_j} - \widetilde{\overline{u}}_i \widetilde{\overline{u}}_j - \frac{1}{3}\delta_{ij}(\widetilde{\overline{u}_k \overline{u}_k} - \widetilde{\overline{u}}_k \widetilde{\overline{u}}_k), \tag{30}$$

$$M_{ij} = -2\tilde{\bar{\Delta}}^2 |\tilde{\bar{S}}| \tilde{\bar{S}}_{ij} + 2(\bar{\Delta}^2)\widetilde{|\bar{S}|\bar{S}_{ij}} \tag{31}$$

Sagaut P Large eddy simulation for incompressible flows: an introduction *Springer Science and Business Media*, 2006.
Schmitt F. G. About Boussinesq's turbulent viscosity hypothesis: historical remarks and a direct evaluation of its validity *Comptes Rendus Mécanique* 335.9-10, 617-627,2007.

Обтекание гидропрофиля



0^o : $Re_c = Uc/\nu = 1.2 \times 10^6$

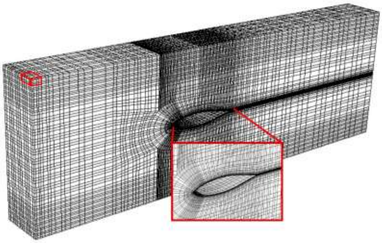
9^o : $Re_c = Uc/\nu = 1.1 \times 10^6$

$D = 21.4$ мм, $c = 100$ мм

Уменьшенная копия направляющей лопатки гидротурбины Френсиса.

Kravtsova A. Yu. *IJMF*, 2014.

Обтекание гидропрофиля

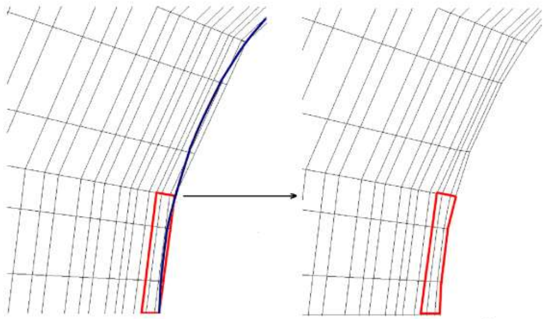


	Вся область		
Re_c	N_{se}	N_{poits}	N_p
$0^o : 1.2 \times 10^6$	97080	70771320	**9**
$9^o : 1.1 \times 10^6$	165984	121002336	**9**

Для расчетов используется МСЦ РАН,

9 вычислительных модулей(288 ядер)

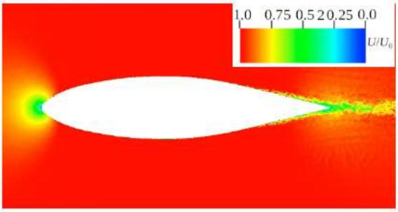
650 расчетных минут = 1.1 безразмер. ед. времени.



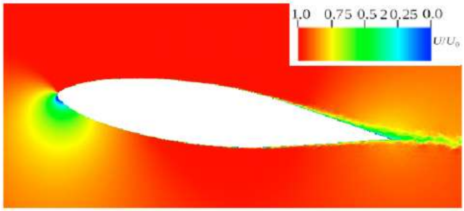
Модификации точек внутри спектральных элементов (пример для $N_p = 4$)

Мгновенное поле скорости

0°

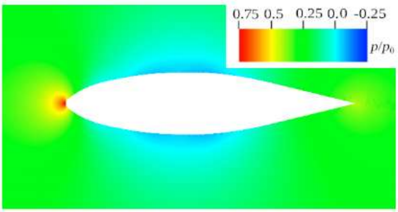


9°

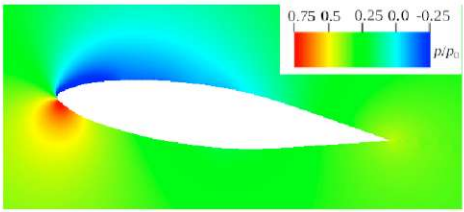


Мгновенное поле давления

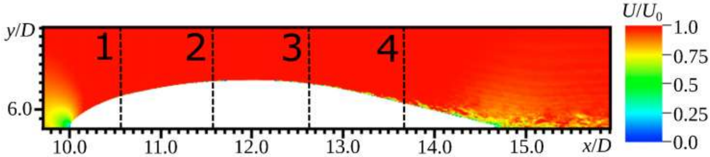
0°

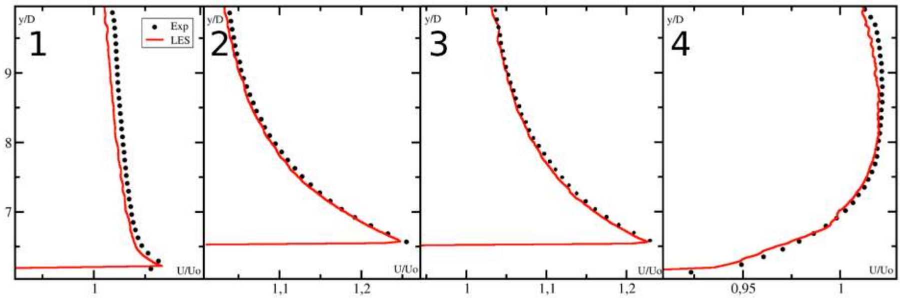


9°



Численные результаты





Профили осредненной по времени продольой компоненты скорости (линии) в сечениях 1-4. Точками показаны экспериментальные данные Kravtsova A. Yu., et al. High-speed visualization and PIV measurements of cavitating flows around a semi-circular leading-edge flat plate and naca0015 hydrofoil – 2014.

Анализ линейной устойчивости

$$\frac{\partial v_j}{\partial t} + (L(\vec{u}; Re)\vec{v})_i + \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0, \quad \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0,$$
$$(L(\vec{u}; Re)\vec{v})_i = u_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + v_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{2}{Re}\frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j}.$$

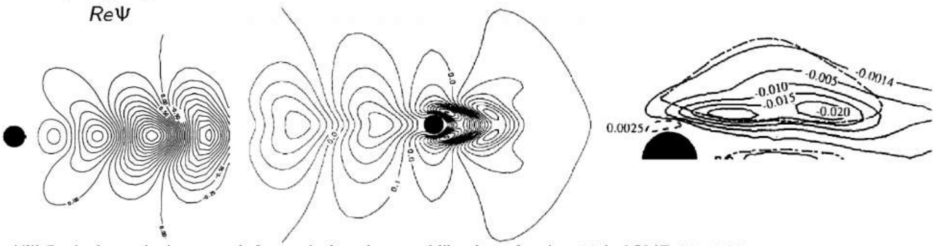
$$i\omega^* v_i^* + (L^*(\vec{u}; Re)\vec{v^*})_i - \frac{\partial p^*}{\partial x_i} = 0, \quad \frac{\partial v_i^*}{\partial x_i} = 0.$$

Здесь v_i и p – компонента вектора скорости и давление возмущения, Re – число Рейнольдса, u_i – компонента вектора скорости жидкости, ω – частота в Фурье пространстве,

$*$ – сопряжение.

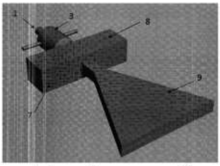
$$[L(\vec{u}; Re)\vec{u}, \vec{v}] = [\vec{u}, L^*(\vec{v}; Re)\vec{v}], [\vec{v}, \vec{u}] = \int_V \vec{v} \cdot \vec{u} dV$$

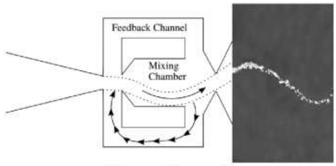
$\vec{u} = \bigtriangledown \times (\Psi \vec{n})$; $Re\Psi$ $\quad$ $Im\Psi *$ $\quad$ $Im\omega *$



Hill D. A theoretical approach for analyzing the restabilization of wakes,*30th ASME* 67, 1992.
Luchini P. et al. An introduction to adjoint problems *Annu. Rev. Fluid Mech. Suppl. Append.* A 46: 493-517,2014.
Marchuk G. et al. Adjoint equations and perturbation algorithms in nonlinear problems. *CRC Press*, 2018.

Струйный осциллятор





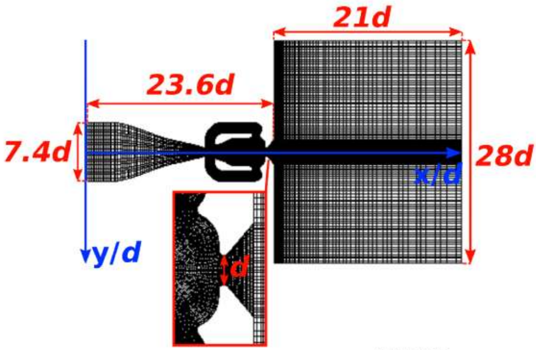
Плазменный актуатор

Мембранный актуатор

Струйный осциллятор

- Чудаков А.Д. Цифровые устройства пневмоавтоматики. *М.: Энергия*, 1971.
- Simmons J.M. et al. Velocity measurements in an oscillating plane jet issuing into a moving air stream. *J. Fluid Mech*. 84: 33–53, 1978.
- Mi, J.et al. Mixing characteristics of a flapping jet from a self-exciting nozzle. *Flow, Turbul. Combust*. 67: 1–23, 2001.
- Seele R.et al. Discrete sweeping jets as tools for improving the performance of the V-22. *AIAA J. Aircraft* 46: 2098–2106, 2009.
- Phillips E., Wygnanski I. Use of sweeping jets during transient deployment of a control surface. *AIAA J*. 51: 819–828, 2013.
- Cattafesta L.N., Sheplak M. Actuators for active flow control. *Ann. Rev. Fluid Mech*. 43:247-272, 2011.
- Ostermann F. et al. Properties of a sweeping jet emitted from a fluidic oscillator. *J. Fluid Mech*. 857:216-238, 2018.

Струйный осциллятор



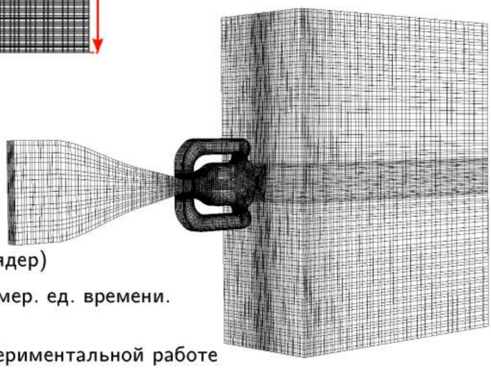
$d = 25$ мм

$L_z = d$ для осциллятора

$L_z = 10d$ для основной области

$Re = Ud/\nu = \{3000, 15000, 30000$

$N_{se} = 37 \times 10^3$, $N_{points} = 37 \times 10^6$



Для расчетов

используется МСЦ РАН,

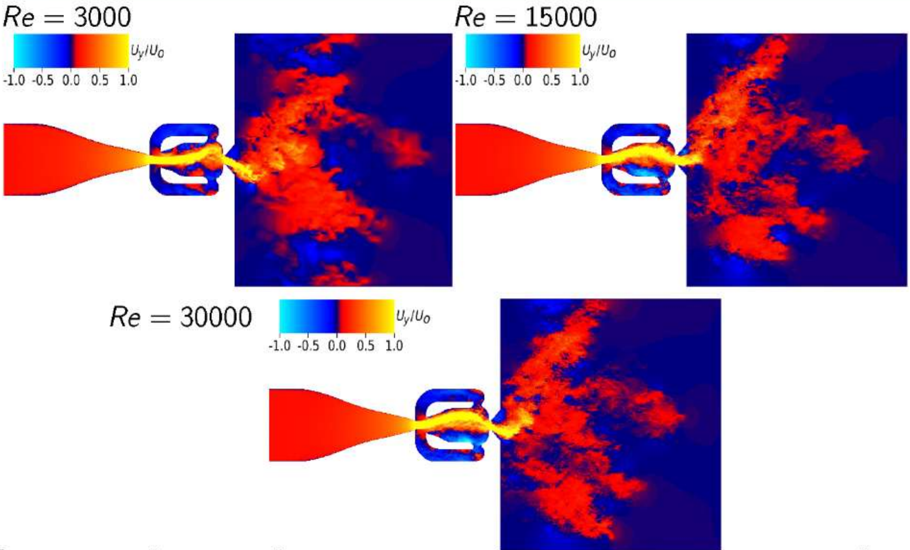
15 вычислительных модулей(240 ядер)

400 расчетных минут = 10 безразмер. ед. времени.

Геометрия выбрана согласно экспериментальной работе

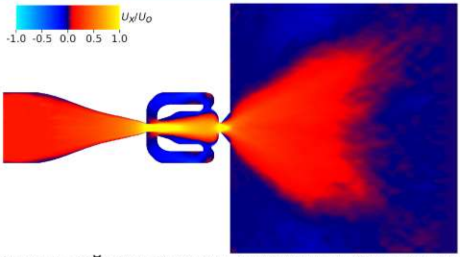
Ostermann F. et al. *J. Fluid Mech.*, 2018.

Численные результаты

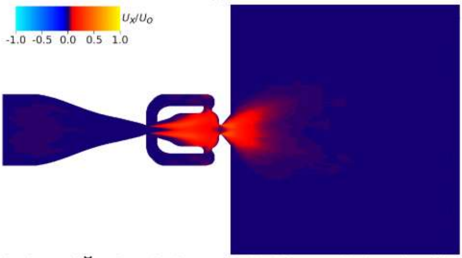


Поле мгновенной продольной компоненты скорости в среднем сечении вычислительной области.

Численные результаты

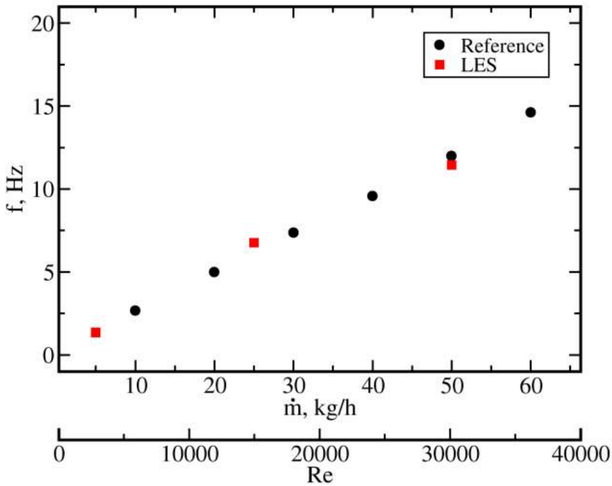


Поле осредненной продольной компоненты скорости в среднем сечении вычислительной области для $Re = 3000$.



Поле пульсаций продольной компоненты скорости в среднем сечении вычислительной области для $Re = 3000$.

Численные результаты



Частота осциллирующей струи в зависимости от массового расхода (числа Рейнольдса).(Ostermann et. al. 2018)

Заключение

- Получены предварительные расчеты для задачи обтекания гидропрофиля под углом атаки 0^o и 9^o. Верификация результатов расчета для $Re_c = 1.2 \times 10^6$, используя экспериментальные данные, полученные в Институте теплофизики СО РАН (Kravtsova A. Yu. et al., 2014), показала отличное совпадение.
- Дальнейшая работа будет направлена на исследование линейной задачи устойчивости и спектральных характеристик потока.
- Исследован диапазон чисел Рейнольдса $Re = 3000 - 30000$ для задачи струйного осциллятора, получены осредненные характеристики течения, проанализированы типичные частоты осцилляций.
- Получено хорошее совпадение частоты осциляций для случая $Re = 30000$ с экспериментальными данными (Ostermann et. al., 2018).
- Дальнейшая работа будет направлена на исследование баланса турбулентной кинетической энергии, фазово-осредненных характеристик, дальнейшее сравнение с эксериментальными данными (Ostermann et. al., 2018).